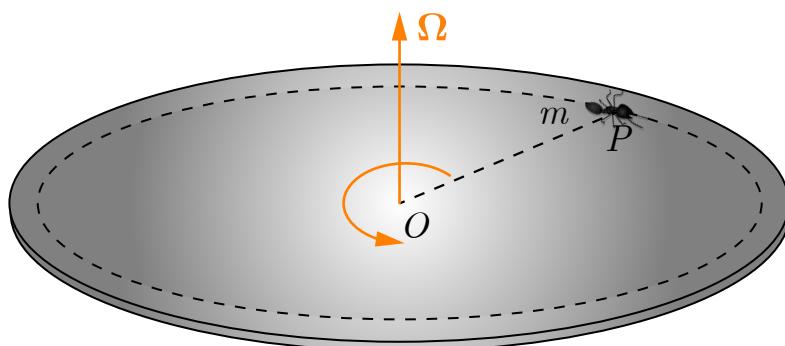


1 Fourmi sur un tourne-disque

Objectif : Modéliser la cinématique et la dynamique d'un mouvement relatif en translation en coordonnées cylindriques.

Théorie : 10.2 Référentiels accélérés

Une fourmi, assimilée à un point matériel P de masse m , se déplace sans frottement sur la platine d'un tourne-disque qui a un mouvement de rotation à vitesse angulaire constante Ω . Le mouvement de la fourmi par rapport au référentiel relatif \mathcal{R}' de la platine est tel que la fourmi apparaisse immobile par rapport au référentiel absolu \mathcal{R} de la table sur laquelle elle est posée.



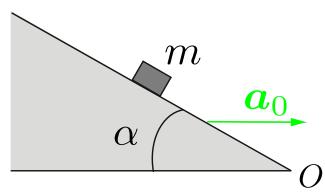
- Déterminer la vitesse relative $\mathbf{v}_r(P)$ et l'accélération relative $\mathbf{a}_r(P)$ de la fourmi par rapport au référentiel relatif \mathcal{R}' de la platine en rotation.
- Déterminer la force centrifuge \mathbf{F}_c et la force de Coriolis \mathbf{F}_C par rapport au référentiel relatif \mathcal{R}' de la platine en rotation.
- En déduire que la loi du mouvement relatif horizontal de la fourmi est vérifiée.

2 Glissement sur un plan incliné en translation

Objectif : Modéliser un mouvement relatif en translation en coordonnées cartésiennes.

Théorie : 10.2 Référentiels accélérés

Un bloc de masse m , considéré comme un point matériel, peut glisser sans frottement sur un support plan incliné d'un angle α par rapport au plan horizontal. Ce plan est en mouvement de translation uniformément accéléré, d'accélération horizontale \mathbf{a}_0 orientée vers la droite.



- (a) Etablir l'expression de l'accélération relative du bloc par rapport au plan incliné.
- (b) Au temps initial, le bloc est lâché sans vitesse initiale par rapport au plan. Discuter le mouvement du bloc sur le plan selon la valeur de l'angle α .

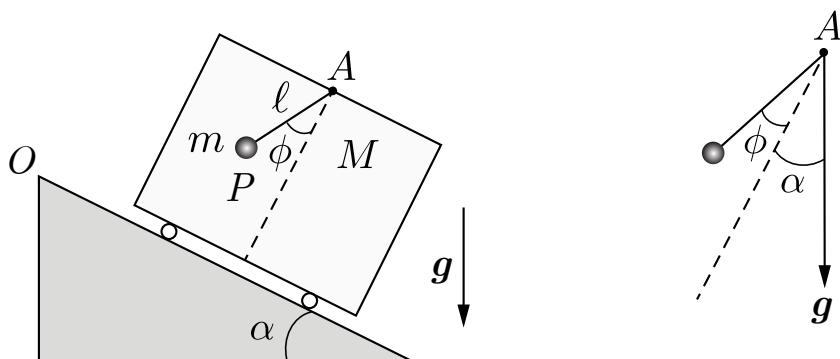
3 Pendule dans un wagon

Objectif : Modéliser un mouvement relatif en translation en coordonnées cylindriques.

Théorie : 10.2 Référentiels accélérés ; 10.3 Mouvement relatif.

Examen : Problème d'examen.

Un wagon, considéré comme un point matériel de masse M se déplace sans frottement le long d'un plan incliné d'un angle α constant par rapport à l'horizontale. Un pendule constitué d'un point matériel P de masse m est suspendu au bout d'un fil inextensible de longueur constante ℓ et de masse négligeable attaché au point A du plafond du wagon. Le wagon et le pendule sont soumis au champ gravitationnel terrestre \mathbf{g} .



La masse et le moment d'inertie des roues du wagon sont négligeables. Le mouvement du wagon peut donc être considéré comme un glissement sans frottement le long du plan incliné. La masse M du wagon vide est très grande par rapport à la masse m du pendule, c'est-à-dire $m \ll M$. Dans cette approximation, l'influence du mouvement du pendule sur le mouvement du wagon est négligeable.

Le mouvement du wagon peut donc être étudié en négligeant simplement la masse m du pendule. La réciproque n'est pas vraie.

- Déterminer le vecteur accélération absolue $\mathbf{a}_a(A)$ du point A du wagon, à l'aide de l'équation du mouvement absolu du wagon, et l'exprimer explicitement en coordonnées cylindriques.
- Déterminer l'équation du mouvement relatif du pendule P .
- Déterminer la tension \mathbf{T} dans le fil.
- Un mécanisme d'amortissement permet au pendule d'atteindre une position d'équilibre par rapport au wagon. Déterminer l'angle d'équilibre $\phi = \phi_0$ par rapport au référentiel relatif du wagon.
- Déterminer la période T des petites oscillations autour de l'angle d'équilibre $\phi = \phi_0$.

4 Bille dans un anneau horizontal en rotation

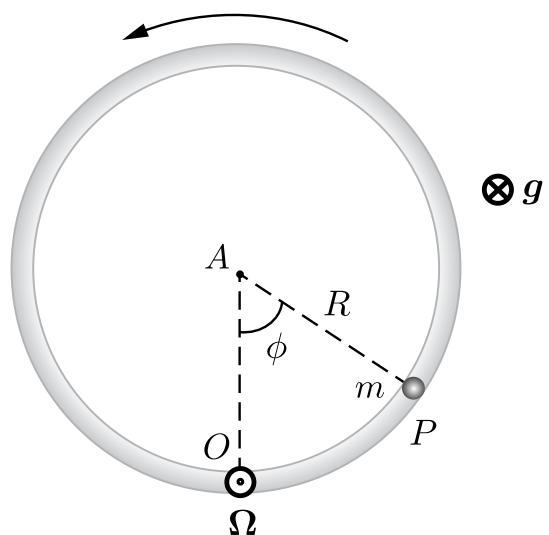
Objectif : Modéliser un mouvement relatif en rotation en coordonnées cylindriques.

Théorie : 10.2 Référentiels accélérés ; 10.3 Mouvement relatif.

Examen : Problème d'examen.

Un anneau de rayon R et de centre A se trouve dans un plan horizontal. Il est mis en rotation dans le sens trigonométrique par un moteur à vitesse angulaire constante $\boldsymbol{\Omega} = \Omega \hat{z}$, où $\Omega = \text{cste} > 0$, autour de l'axe vertical Oz qui passe par l'origine O située sur l'anneau. Une bille considérée comme un point matériel P de masse m coulisse sans frottement à l'intérieur de l'anneau.

- Déterminer l'accélération absolue $\mathbf{a}_a(A)$ du centre A de l'anneau.
- Déterminer la force centrifuge \mathbf{F}_c et la force de Coriolis \mathbf{F}_C exercées sur la bille.
- Déterminer la force de réaction normale \mathbf{N} exercé par l'anneau sur la bille.
- Déterminer la grandeur $h(\phi, \dot{\phi})$ conservée lors du mouvement relatif de la bille dans l'anneau.



- (e) Déterminer les angles d'équilibre ϕ_1 et ϕ_2 , où $\phi_1 < \phi_2$. Montrer s'ils sont stables ou instables à l'aide de la fonction $h(\phi, \dot{\phi})$.